

Alles so schön bunt hier

2008 wird das „Jahr der Mathematik“. Keine Sorge: Die angeblich dröge Wissenschaft ist so vielfältig und bunt wie das Universum, das Forscher mit mathematischen Formeln zu erklären versuchen. Auch die Mathematiker sind nicht alle gleich. Doch sie alle eint die leidenschaftliche Liebe zu Zahlen.

von Uta Deffke für DUZ, 14. Dezember 2007 (Unredigiertes Original)

Um die Mittagszeit sitzt Olga Holtz im Café. Mit ihrem hochgesteckten braunen Haar, dem extravaganten Mantel, der modischen Handtasche und ihrer großen Sonnenbrille passt die zierliche Russin perfekt in das schicke Ambiente eines Berliner Großstadtcafés. Hier genießt sie die quirlige Atmosphäre, die leise Musik und ihren Latte Macchiato. „Ohne den funktioniere ich gar nicht richtig“, sagt sie mit leichtem russischem und amerikanischem Akzent und lächelt. Derart angeregt können ihre Gedanken ganz zwanglos kreisen – um Gleichungssysteme, Algorithmen und Matrizen. Tagträumen nennt sie das.

Das Café als Mathe-Ort – eine Vorstellung, die im bevorstehenden Jahr der Mathematik Gefallen finden dürfte. Mathematik ist überall, lautet die Devise. Und Mathematiker sind nicht, jedenfalls nicht nur, die verklemmte Spezies in karierten Hemden, die vor lauter Formelnknacken vergisst, dass sie Mensch ist, die vergisst, zu essen und zu trinken. Mathematik ist mitten im Leben – auch in der Kaffeemaschine übrigens. Sie hilft, Prozesse zu optimieren, zukünftige Börsenentwicklungen vorherzusagen, Strukturen im Gehirn sichtbar und das Feuer auf der Sonne hörbar zu machen. Mathematik ist nicht leicht aber begreifbar. „Und Mathematik ist groß“, sagt Dierk Schleicher von der Jacobs-Universität in Bremen. „Sie hat Platz für viele Menschen und viele Themen.“

Die mathematischen Gedankenspiele von Olga Holtz sollen einmal ganz praktischen Nutzen bringen. Matrizen tauchen überall auf, wo es Gleichungen zu lösen gibt. In Maschinenbau, Physik, Hirnforschung. Auch BWL-Studenten sind nicht vor ihnen sicher. Es gibt klare Vorschriften, wie mit diesen Zahlentabellen zu rechnen ist. Eine leichte Aufgabe für Computer – eigentlich. Wenn die Matrizen aber Millionen mal Millionen Einträge haben, wie es bei vielschichtigen Problemen, zum Beispiel aus der Klimaforschung, immer öfter vorkommt, sind auch die schnellsten Computer der Welt schon mal einige Tage beschäftigt.

Das geht viel zu langsam, findet nicht nur Olga Holtz. Auch Rechenzeit ist schließlich Geld. „Um die Multiplikation von Matrizen zu beschleunigen, wird eine ganz neue Rechenvorschrift gebraucht“, erklärt die junge Professorin von der TU Berlin. Erste Ansätze gibt es schon, doch sind das auch die schnellst möglichen? Die Mathematikerin denkt noch weiter: Gibt es vielleicht eine Mindestanzahl von Rechenoperationen, die für die Kalkulation erforderlich ist, und damit eine Höchstgeschwindigkeit? Und wie könnte man eine Theorie dazu entwickeln? Sich ohne endloses Ausprobieren dieser Frage nähern, die Mathematiker schon seit über dreißig Jahren umtreibt? Wird die Zahl $\log n$ dabei eine ähnlich Rolle spielen, wie bei der Fast-Fourier-Transformation?

Wie in einem Krimi fühle sie sich bei ihrer Arbeit, sagt Olga Holtz. „Man möchte unbedingt einem Geheimnis auf die Spur kommen, aber letztlich ist der Ausgang ungewiss.“ Bei ihrer detektivischen Spurensuche braucht sie einen langen Atem. Sie wird Literatur wälzen, mit Kollegen diskutieren, die Tafel in ihrem Büro mit Formeln

vollkritzeln. Sie wird Theorien aufstellen, zu beweisen versuchen, wieder verwerfen. Sie wird Extremfälle betrachten und querdenken: ihrer Fantasie freien Lauf lassen und in ganz anderen mathematischen Gefilden wildern, um ungeahnte Parallelitäten aufzuspüren – *log n* vielleicht.

In jedem Fall findet sich die Lösung – wenn es denn eine gibt – in der Welt der Mathematik. Die Motivation, danach zu suchen, die zieht Olga Holtz allerdings aus der Anwendung: „Ohne die Aussicht auf einen Einsatz in der realen Welt macht die Mathematik für mich keinen Sinn.“

Für die Lösungen der Probleme, mit denen sich Gerd Faltings beschäftigt, ist keine Anwendung in Sicht. Seine Liebe gilt den Zahlen, genauer gesagt verschiedenen Gruppen von Zahlen, ihren Eigenschaften und ihren vielfältigen und oft erstaunlichen Beziehungen untereinander. Primzahlen zum Beispiel, die keine Teiler haben außer der eins und sich selbst. Oder *p*-adische Zahlen, ein Erweiterungskörper der rationalen, als Bruch darstellbaren Zahlen. „Anwendungen haben mich nie interessiert und auch nie interessieren müssen“, sagt der bekennende Theoretiker, und empfindet das als Privileg.

Wie Olga Holtz und viele seiner ProfessorenkollegInnen war Faltings schon als Schüler der Überflieger in Mathe. Doch während die Russin sich noch mit 17 vorstellen konnte, auch als Filmregisseurin oder Pianistin Karriere zu machen, kam für ihn gar nichts anderes als Mathematik in Frage. „Physik ist auch spannend“, sagt er, „aber dazu braucht man Experimente und ein gut ausgestattetes Labor.“ Dem Mathematiker reicht sein Kopf. Denn im Grunde ist die Mathematik eine riesige virtuelle Welt, in der Erkenntnisse allein durch Nachdenken möglich sind. „Das gibt uns eine große Freiheit“, sagt Faltings, mittlerweile Direktor des Max-Planck-Instituts für Mathematik in Bonn.

Zum Beispiel die Freiheit, nicht an eine Anwendung zu denken. Zwar wurde die Mathematik in ihrer über 5000 Jahre alten Geschichte oft von außen inspiriert, von der Naturwissenschaft, insbesondere der Physik. Dennoch ist die Natur nicht ihr Gegenstand. Die Mathematik ist eine autarke Geistes-Wissenschaft und weit mehr als nur ein Werkzeug für andere. Auf einigen wenigen, als wahr angenommenen Axiomen gründend, hat sie sich allein durch logische Folgerungen zu einem riesigen, weit verzweigten Gedankengebäude entwickelt, in dem so unterschiedliche Disziplinen Platz haben wie Zahlentheorie, Geometrie, Topologie, Differenzialgleichungen oder Statistik.

Ein Ende dieser Entwicklung ist übrigens nicht in Sicht. Denn allein durch Denken gelingt es auch, diese eigenständigen Gebiete miteinander zu vernetzen. Plötzlich, nach hunderten Jahren friedlicher Koexistenz, ergibt es einen Sinn, die Zahlentheorie mit der Topologie zu verbandeln, oder statistische Elemente in Differentialgleichungen einzubinden, wie es in der Finanzmathematik gerade aktuell ist. Welche Querverbindungen möglich sind und immer neue Türen öffnen, überrascht selbst die erfahrensten Mathematiker immer wieder.

Was Gerd Faltings an seiner Arbeit am meisten fasziniert, ist die Möglichkeit, „zu ganz sicheren, wahren Aussagen zu kommen, wenn man sich an die strengen Regeln hält.“ Dabei ist die mathematische Wahrheit von ganz besonderer Qualität: „Was einmal wahr ist, bleibt es für immer, selbst wenn die Erkenntnis schon 2000 Jahre alt ist“, sagt Faltings. Daran kann auch der stete Wandel der Weltbilder nicht rütteln.

Dank der absoluten Herrschaft der Logik muss sich der Homo mathematicus bei der Suche nach Wahrheit nicht – wie andere Geistes- und gelegentlich auch Naturwissenschaftler oder wie Kriminologen – mit dem Einfluss von Psychologie, divergierenden Meinungen oder wechselnden Ideologien herumschlagen. Er zieht stringente Schlüsse, die andere Vertreter seiner Spezies – wenn auch gelegentlich nur unter größten Mühen – nachvollziehen können.

An welchem Ort sich der Mathematiker dem logischen Denken hingibt, ist Teil seiner gelobten Freiheit. Mathematik lässt sich im Café betreiben, oder auf dem Sofa, im Bett, am Strand, am Schreibtisch, mit einem Haufen Kinder auf dem Schoß, die den ehrwürdigen Euler im 18. Jahrhundert offenbar zu Höchstleistungen animierten. Oder zurückgezogen im berühmten Stillen Kämmerlein, wie es der Brite Andrew Wiles tat. Er verkroch sich für sieben Jahre, um den berühmten Letzten Satz von Fermat zu beweisen, ein Problem aus der Zahlentheorie, an dem sich 350 Jahre lang die berühmtesten Mathematiker ihrer Zeit die Zähne ausgebissen hatten. Als ihm der Beweis schließlich gelang, wurde Wiles Mitte der 1990er Jahre auf einen Schlag berühmt – und zum Helden eines der höchst gelobten populärwissenschaftlichen Bücher über die Mathematik.

Auch Gerd Faltings hat es mit einem ähnlichen Einsamkeitserlebnis schon vor zwanzig Jahren zum temporären Helden gebracht – und zu einer Schlagzeile auf der BILD-Zeitung. Zwei Jahre seines Lebens widmete er dem Beweis der Mordell-Vermutung, ein immerhin 60 Jahre lang ungelöstes Problem.

Dafür wurde er als bisher einziger deutscher Mathematiker mit der Fields-Medaille ausgezeichnet, dem mathematischen Äquivalent zum Nobelpreis. Den gibt es bekanntermaßen für Mathematik nicht, und für Mathematiker nur dann, wenn sie sich in einer Anwendung profilieren – wie etwa John F. Nash mit der Spieltheorie in der Wirtschaft. Diese Geschichte war sogar Hollywood einen Film wert: Russel Crowe verkörperte in „A beautiful Mind“ den genialen aber psychisch kranken Mathematiker.

Das Stille Kämmerlein ist nicht nur ein sagenumwobener Ort für die besonders introvertierten oder leicht entrückten Theoretiker. „Diesen Rückzugsort brauchen wir alle“, sagt Angelika May, Finanzmathematikerin von der Uni Oldenburg. Obwohl sie sich in der Welt der Banken und Versicherungen bewegt, viel mit Kollegen diskutiert und ihre Analyse von Börsenkursen ganz nah am Puls der Zeit ist – am Ende bleiben der grüne Denkleistift 2B und die Ruhe und Einsamkeit am riesigen Schreibtisch zu Hause, um die Gedanken zu ordnen und in der präzisen Sprache der Mathematik zu Papier zu bringen.

Hierbei sind Mathematiker – obwohl man es ihnen nicht immer ansieht – wahre Ästhetiker. In der Klarheit und Wahrheit der mathematischen Strukturen liegt eine Schönheit, die jeden Vertreter dieser Zunft anrührt. Und nicht nur den: auch ein Literat wie Hans Magnus Enzensberger ist fasziniert von der Ökonomie, mit der sich Mathematiker ausdrücken können: „[Darin] steckt auch eine gewisse Eleganz. Dass man in so wenigen Seiten so viel sagen kann, flößt mir Respekt ein. Da gibt es eine gewisse strukturelle Ähnlichkeit mit der Poesie“, sagte er einmal in einem Interview.

Dass die Schönheit nur Zufall ist, glauben die Mathematiker nicht. Vielmehr sind sie der Meinung, die Schönheit einer Aussage könne ein Wegweiser zur Wahrheit sein. Dass dies rein auf Erfahrung beruht und bisher nicht bewiesen wurde, stört ausnahmsweise einmal nicht.

Der Klarheit und Schönheit der Mathematik ist auch Rupert Klein erlegen. Für ihn war die Mathematik eher Liebe auf den zweiten Blick. Als Maschinenbauingenieur,

Fachrichtung Strömungsmechanik, wurde er vom Motorradfreak zum Klimaforscher, und arbeitet jetzt als Mathematik-Professor an der FU Berlin. „Ohne eine solide Mathematik sind interdisziplinäre Projekte wie die Klimaforschung gar nicht möglich“, sagt Klein. Wenn Biologen, Klimaforscher und Meteorologen zusammenarbeiten, brauchen sie eine Basis, die vom Kauderwelsch der verschiedenen Fachsprachen unabhängig ist. Auf der sie Phänomene präzise beschreiben, sich alle unmissverständlich unterhalten und schließlich die Probleme lösen können.

Hier spielt der Mathematiker seine große Stärke aus: die Fähigkeit zu abstrahieren. Wie ein Röntgenapparat hinter Hemd und Haut das menschliche Skelett zum Vorschein bringt, befreit der Mathematiker ein Problem von seiner physikalischen oder biologischen Verkleidung und deckt die grundlegenden Strukturen auf, die dahinter stecken. „Damit ist oft schon ein riesiger Schritt auf dem Weg zu einer Lösung getan“, sagt Klein. In die Formelsprache übersetzt kann das Problem nun prozessiert werden – mit altbekannten Methoden, wenn man Glück hat, oder mit neuen, die erst noch entwickelt werden müssen. Und die vielleicht sogar Anstöße für ganz neue Entwicklungen in der Mathematik geben.

Dass die dem reinen Geist entsprungene Mathematik sich überhaupt so ideal zur Beschreibung der Natur eignet, dass die mathematischen Strukturen so gut mit denen der Natur übereinstimmen, ist eines der vielen Wunder dieser Wissenschaft.

Auch im Menschen scheint die Mathematik fester verankert zu sein, als es manch einer glauben mag, der sich in der Schule mit Bruch- und Zinsrechnung abmühte. Selbst in zutiefst menschlichen und emotional geprägten Ausdrucksformen wie Sprache, Musik oder Kunst gibt es verborgene mathematische Muster. Der Linguist Gerhard Jäger ist mithilfe der Spieltheorie dem Gebrauch von Vokalen in den verschiedenen Sprachen auf der Spur. Der Musiker und Mathematiker Guerino Mazzola hat in zwanzig Jahre währender Arbeit eine eigene mathematische Musiktheorie entwickelt, mit der er nicht nur neue Erkenntnisse zum Beispiel im Werk Beethovens ermöglicht hat, sondern auch die klassische westliche Musik in solche umrechnen will, die für indische Ohren kompatibel ist. Und der Kunsthistoriker und Didaktiker Dietrich Guderian kuratiert Ausstellungen nach mathematischen Gesichtspunkten und findet in den Werken der abstrakten Konzeptkunst Regelmäßigkeiten, die es ihm erlauben, sogar die nächsten Bilder eines Künstlers vorherzusagen. Umgekehrt greifen aber auch Künstler, Musiker und Literaten abstrakte mathematische Gedanken auf und verarbeiten sie in ihren sinnlichen Werken.

Mathematik ist überall. Sie ist groß und bunt, man muss sich nur aufmachen, sie zu entdecken. Das Jahr der Mathematik will dazu reichlich Gelegenheit bieten. Die Botschaft, so Dierk Schleicher aus Bremen, soll sein: „Ihr könnt mehr Mathe, als ihr glaubt, und sie hat auch etwas mit Euch zu tun.“

Uta Deffke, erschienen in DUZ 14.12.2007